

کنترل و پایداری سازی بازوی مکانیکی روبات با استفاده از تئوری معادلات ریکاتی وابسته به حالت

امیر دهقانی

دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد دماوند، دماوند، ایران

amir_dehghani_۰۸۶۸@yahoo.com

احمدرضا ولی

دانشیار، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دماوند

ar.vali@aut.ac.ir

سید مهدی حکیمی

استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد دماوند

sm_hakimi@damavandiau.com

چکیده

در این مقاله برای پایداری سازی و کنترل بازوی مکانیکی دو درجه آزادی که توسط یک ربات مسطح با اولین اتصال بصورت فعال و دومین اتصال بصورت زیرفعال تشکیل شده است، از تئوری‌های معادلات ریکاتی وابسته به حالت و تنظیم کننده های خطی مربعی استفاده گردیده است. برای این منظور ابتدا معادلات حاکم بر این سیستم استخراج گردیده است. سپس این معادلات را پارامتریزه کرده و با استفاده از روش‌های مذکور کنترل کننده مناسب طراحی می‌شود. نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهند که با استفاده از تئوری معادلات ریکاتی وابسته به حالت پاسخ سیستم هموارتر است و سیگنال کنترلی کوچکتری تولید می‌کند. همچنین مشاهده می‌شود که با استفاده از کنترل کننده پیشنهادی، سیستم کنترل شده سریع‌تر به حالت ماندگار می‌رسد. علاوه بر این ملاحظه می‌شود که چگونه استفاده از معادلات فضای حالت غیرخطی در روش SDRE به جای معادلات خطی سازی شده در روش LQR می‌تواند موجب بهبود عملکرد سیستم و افزایش ناحیه پایداری گردد.

واژگان کلیدی: بازوی مکانیکی ربات، معادلات ریکاتی وابسته به حالت، تنظیم کننده مربعی خطی

مقدمه

در بسیاری از مسائل کنترل عملی، دینامیک وسایل بصورت غیر خطی کنترل می‌شود. با این حال در بسیاری از موارد، طراحی کنترل کننده مبتنی بر یک تقریب خطی از دینامیک می‌باشد. یکی از دلایل این کار این است که، بطور کلی، روش‌های طراحی کنترل غیر خطی در اعمال کردن به مسائل عملی دشوار هستند. روش معادلات ریکاتی وابسته به حالت (SDRE) یک رویکرد نسبتاً جدید تجربی برای کنترل غیرخطی است که به سادگی روش کنترل خطی کلاسیک مربعی می‌باشد بعضی از تکنیک‌های کنترل غیرخطی برای سیستم‌هایی که ساختار خاصی دارند محدود هستند. در مقابل، روش SDRE اجازه می‌دهد تا برای طراحی اصولی از یک کلاس گسترده‌ای از سیستم‌های غیرخطی استفاده شود و در مقایسه با روش‌های دیگر طراحی غیرخطی که امکانات زیادی ندارند دارای قابلیت‌های بسیاری است. این روش می‌تواند بطور مستقیم مورد استفاده قرار گیرد و ناپایداری سیستم‌های غیر مینیمم فاز را مدیریت کند. معادله‌ی ریکاتی وابسته به حالت، به عنوان یک روشی است که یک توافق را بین الگوریتم‌های کنترل غیرخطی محاسباتی فشرده و الگوریتم‌های کنترل خطی ساده اما نابرابر نشان می‌دهد.

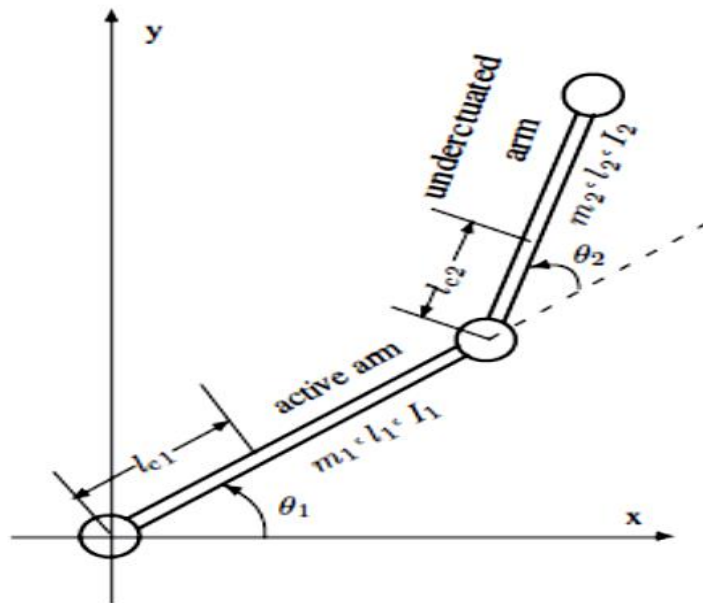
روش SDRE دارای مزیت خطی شدن نیمه کلی است، تا بتواند مدلی از سیستم را ایجاد کند که در آن بتوان از روشن‌های کنترل خطی (LQR) استفاده کرد. در این روش، الگوریتم SDRE بطور کامل از سیستم غیر خطی بدست می‌آید، سپس به ماتریس ضرایب وابسته به حالت (SDC) تبدیل شده و شاخص عملکرد غیرخطی با یک ساختار شبه مربعی به حداقل می‌رسد. یک معادله جبری ریکاتی با استفاده از ماتریس‌های SDC توصیف می‌شود و سپس با استفاده از قانون کنترل زیر بهینه حل می‌شود. تئوری SDRE در طی سال‌های اخیر به طور گسترده‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است (Erdem, ۲۰۰۱), (Beeler, ۲۰۰۴), (Cloutier, ۱۹۹۷), (Clutier et al, ۱۹۹۸), (Menon et al, ۲۰۰۲), (Pearson, ۱۹۶۲) و (Hammett et al, ۱۹۹۸). و جنبه‌های بسیار مهمی از الگوریتم گسترش یافته است. همچنین Cloutier و Beeler به معرفی روش SDRE پرداخته و نظریه کنترل را که مربوط به آن است، بررسی کرده‌اند که کاربرد و اجرای این روش را نشان می‌دهد (Mracek, ۱۹۹۶ and Cloutier, ۱۹۹۸).

در این مقاله، Pendubot یک سیستم بازوی مکانیکی دو درجه آزادی زیر فعال است که از یک ربات مسطح با اولین اتصال (شانه) بصورت فعال و دومین اتصال (آرنج) بصورت زیرفعال تشکیل شده است. این ربات به این دلیل زیرفعال است که گشتاور تنها به اولین بازوی آن وارد می‌شود. که در اینجا موقعیت تعادل ناپایدار آن را با استفاده از طراحی کنترل کننده غیرخطی SDRE بررسی کرده و آن را به حالت تعادل پایدار می‌رسانیم.

ساختار این مقاله بصورت زیر سازماندهی گردیده است: در ادامه و در بخش دوم به معرفی سیستم بازوی مکانیکی ربات و همچنین به پارامتری سازی معادلات سیستم به منظور کنترل SDRE پرداخته می‌شود. در بخش سوم، طراحی کنترل کننده با استفاده از روش SDRE، معرفی روش SDRE و هم چنین فرمول بندی SDRE ارائه شده است. در بخش چهارم، نتایج حاصل از شبیه سازی بیان گردیده است. در نهایت، نتایج بدست آمده در بخش پایانی جمع بندی شده است.

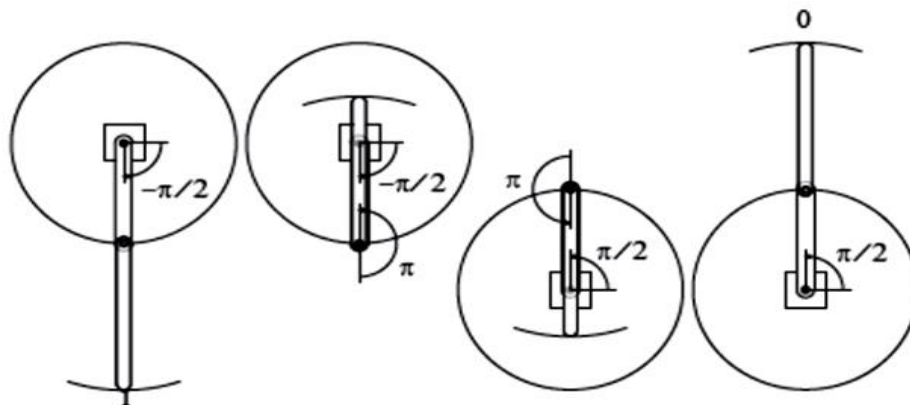
بازوی مکانیکی ربات (سیستم Pendubot)

Pendubot یک سیستم بازوی مکانیکی دو درجه آزادی زیر فعال است که از یک ربات مسطح با اولین اتصال بصورت فعال و دومین اتصال بصورت زیرفعال تشکیل شده است. این ربات به این دلیل زیرفعال است که گشتاور تنها به اولین بازوی آن وارد می‌شود. سیستم زیر فعال به عنوان داشتن یک ورودی کنترل کمتر از درجه آزادی تعریف می‌شود. به عبارت دیگر سیستم وقتی زیر فعال است، یعنی باید یک ورودی کنترل برای بازوی مکانیکی با دو درجه آزادی طراحی کنیم. این ربات در دانشگاه Illinois آمریکا ساخته شده است. در این سیستم مکانیکی بازوی فعال توسط یک موتور گشتاور DC به حرکت درآورده می‌شود. همچنین لازم به ذکر است که در این مقاله اثر اصطکاک در اتصالات این سیستم مورد توجه قرار نگرفته است (Block, ۱۹۹۱). شماتیک Pendubot در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱: شماتیک Pendubot

این بازوی مکانیکی دارای چهار نقطه تعادل است، که بسته به موقعیت عمودی گرفته شده توسط هر یک از دو لینک با عنوان پایین-پایین، پایین-بالا، بالا-پایین و بالا-بالا نامیده می شود که در شکل ۲ قابل مشاهده است. فقط نقطه تعادل پایین-پایین پایدار است، و برای رسیدن به نقاط دیگر باید کنترل لازم صورت گیرد (Rohal-Ikiv et al, ۲۰۱۴).



شکل ۲: موقعیت تعادل اصلی Pendubot از چپ به راست: پایین-پایین $(-\frac{\pi}{2}, 0, \pi, 0)$ و بالا-پایین $(\frac{\pi}{2}, 0, \pi, 0)$ و

بالا-پایین $(\frac{\pi}{2}, 0, 0, 0)$ و بالا-بالا $(-\frac{\pi}{2}, 0, 0, 0)$

معادلات حرکت بازوی مکانیکی ربات به فرم ماتریسی بصورت زیر بیان می شود (Block, ۱۹۹۱).

(۱)

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \tau$$

که در رابطه ی فوق τ نشان دهنده بردار گشتاور (بردار نیروی کنترل خارجی) است، $q = [\theta_1, \theta_2]$ بردار موقعیت های زاویه ای مفاصل، $D(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ یک ماتریس اینرسی متقارن مثبت معین است، $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ شامل کوریولیس و شرایط گریز از مرکز است و نشان دهنده بردار گرانشی می باشد.
عبارت های موجود در رابطه ی (۱) بر حسب a_1, \dots, a_5 به صورت زیر می باشد.

$$D(q) = \begin{bmatrix} a_1 + a_2 + 2a_3 \cos(\theta_2) & a_2 + a_3 \cos(\theta_2) \\ a_2 + a_3 \cos(\theta_2) & a_2 \end{bmatrix}$$

(۲)

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -a_3 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 & -a_3 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 - a_3 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 \\ -a_3 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} a_4 g \cos \theta_1 + a_5 g \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ a_5 g \cos(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$$

$$\tau = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix}$$

برای رسیدن به معادلات فضای حالت، متغیر های حالت بصورت زیر در نظر گرفته می شود.

(۳)

$$x_1 = \theta_1, \quad x_2 = \dot{\theta}_1, \quad x_3 = \theta_2, \quad x_4 = \dot{\theta}_2$$

جرم و طول بازوهای ربات نیز با پنج پارامتر a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 بصورت زیر بیان می شود.

(۴)

$$a_1 = m_1 l_{c1}^2 + m_1 l_1^2 + I_1$$

$$a_2 = m_2 l_{c2}^2 + I_2$$

$$a_3 = m_2 l_1 l_{c2}$$

$$a_4 = m_1 l_{c1} + m_2 l_1$$

$$a_5 = m_2 l_{c2}$$

که در آن m_1 کل جرم لینک یک، l_1 طول لینک یک، l_{c1} فاصله تا مرکز جرم از لینک یک، I_1 ممان اینرسی لینک یک نزدیک مرکز جرم آن، m_2 کل جرم لینک دو، l_{c2} فاصله تا مرکز جرم از لینک دو، I_2 ممان اینرسی لینک دو نزدیک مرکز جرم آن، g شتاب گرانشی می باشد.
که مقادیر a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 بصورت زیر داده شده است.

(۵)

$$a_1 = 0.0308V * s^2$$

$$a_2 = 0.0106V * s^2$$

$$a_3 = 0.0095V * s^2$$

$$a_4 = 0.2097V * s^2 / m$$

$$a_5 = 0.0630V * s^2 / m$$

در نتیجه معادلات حرکت در فرم معادلات فضای حالت بصورت زیر می شود.

(۶)

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 = & [-\sin x_3 (-2a_2 a_3 x_2 x_4 - a_2 a_3 x_4^2 - a_2 a_3 x_2^2 \\ & - a_3^2 x_2^2 \cos x_3 - \cos x_1 \cos x_3 a_3 a_5 g) \\ & - \sin x_1 (\cos^2 x_3 a_3 a_5 g - a_2 a_4 g) - a_2 \tau] / \det \end{aligned}$$

$$\dot{x}_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = [-\sin x_3 (2a_2 a_3 x_2 x_4 + a_2 a_3 x_4^2 + (a_1 + a_2) a_3 x_2^2 + 2a_3^2 x_2 (x_2 + x_4) \cos x_3$$

$$+a_3^2 x_4^2 \cos x_3 - \cos x_1 a_1 a_5 g + \cos x_1 \cos x_3 a_3 a_5 g) \\ - \sin x_1 (-\cos^2 x_3 a_3 a_5 g + a_2 a_4 g + (a_1 a_5 - a_3 a_4) g \cos x_3) - (a_2 + a_3 \cos x_3) \tau] / \det$$

$$\det = a_1 a_2 - a_3^2 \cos^2 x_3$$

خروجی سیستم، موقعیت های زاویه ای هر دو لینک اندازه گیری شده، یعنی $y = [\theta_1 \quad \theta_2]^T$ در مفاصل بازوی ربات است.

پارامتری سازی معادلات حالت سیستم به منظور کنترل SDRE

معادلات فرم فضای حالت سیستم در رابطه ی (۶) با انتخاب $A(x)$ و $B(x)$ به شکل زیر، به صورت ضرایب وابسته به حالت

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u$$

(۷)

$$A(x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{21}(x) & 0 & a_{23}(x) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{41}(x) & 0 & a_{43}(x) & 0 \end{bmatrix}, \quad B(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2(x) \\ 0 \\ b_4(x) \end{bmatrix}$$

که در آن

(۸)

$$a_{21}(x) = -\frac{1}{\det} (\cos^2 x_3 a_3 a_5 g - a_2 a_4 g) \frac{\sin x_1}{x_1}$$

(۹)

$$a_{23}(x) = -\frac{1}{\det} (-2a_2 a_3 x_2 x_4 - a_2 a_3 x_4^2 - a_2 a_3 x_2^2 \\ - a_3^2 x_2^2 \cos x_3 - \cos x_1 \cos x_3 a_3 a_5 g) \frac{\sin x_3}{x_3}$$

(۱۰)

$$a_{41}(x) = -\frac{1}{\det} (-\cos^2 x_3 a_3 a_5 g + a_2 a_4 g \\ + (a_1 a_5 - a_3 a_4) g \cos x_3) \frac{\sin x_1}{x_1}$$

(۱۱)

$$a_{43}(x) = -\frac{1}{\det} (2a_2 a_3 x_2 x_4 + a_2 a_3 x_4^2 + (a_1 + a_2) a_3 x_2^2 + 2a_3^2 x_2 (x_2 + x_4) \cos x_3 + a_3^2 x_4^2 \cos x_3)$$

(۱۲)

$$b_2(x) = \frac{a_2}{\det}$$

(۱۳)

$$b_4(x) = \frac{(-a_2 - a_3 \cos x_3)}{\det}$$

طراحی کنترل کننده با استفاده از تئوری SDRE

تئوری SDRE

امروزه روش های مختلف کنترل غیرخطی، مثل خطی سازی ژاکوبین، فیدبک خطی ساز، کنترل تطبیقی و غیره وجود دارند. روش هایی مثل خطی سازی ژاکوبین و فیدبک خطی ساز تنها در گروه کوچکی از سیستم های غیرخطی مؤثر هستند، در حالیکه آنها مربوط به سیستمی هستند که در منطقه خطی شده باقی مانده اند که آن مدل دقیق است. کنترل تطبیقی، روش مهمی برای کنترل خطی است، اما هنوز به طور کافی برای کنترل غیرخطی گسترده نشده است. در مجموع، هزینه ی محاسبه در کنترل تطبیقی بالا است (Erdem, ۲۰۰۱).

مشکلات و مسائل اصلی در روش های کنترل غیرخطی موجود را می توان به صورت زیر لیست کرد: هزینه ی محاسبه ای بالا، فقدان ساختار و قابلیت کاربری ضعیف. یک روش که از این مسائل بازدارای می کند، شامل روش معادله ی ریکاتی وابسته به حالت است. در این روش از یک روند سیستماتیک و ساده استفاده می شود. در عوض، این روش در گروهی از سیستم های غیرخطی، قابل قبول است.

فرمول بندی SDRE

در نظریه ی SDRE، به جای اینکه از مدل خطی استفاده شود، مدل غیرخطی ورودی آفاین و مستقل به شکل زیر به کار می رود (Cloutier et al, ۱۹۹۸).

(۱۴)

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u$$

شاخص عملکرد (تابع هزینه) بصورت زیر است.

(۱۵)

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (x^T Q(x)x + u^T R(x)u) dt$$

که قرار است مینیمم شود و برای تمامی مقادیر x ، $R(x) > 0$ ، $Q(x) \geq 0$ ، $K \geq 1$ و $u \in \mathbb{R}^m$ و $x \in \mathbb{R}^n$. همچنین فرض می‌کنیم که برای تمامی مقادیر x ، $f(x) = 0$ و $g(x) \neq 0$. با توجه به این دو شرط که $f(x)$ تابعی بطور پیوسته مشتق پذیر از x باشد و نیز $f(0) = 0$ باشد، قانون کنترل بصورت زیر بدست می‌آید.

(۱۶)

$$u(x) = -k(x) = -K(x)x, \quad k(0) = 0$$

در واقع راه حل این مسئله، برابر با حل یک معادله ی ژاکوبی - همیلتون (HJE) است (Anderson and Moore, ۱۹۹۰). به هر حال، به این خاطر که حل معادله ی ژاکوبی - همیلتون بسیار مشکل است، HJE با استفاده از معادله ی ریکاتی وابسته به حالت تخمین زده می‌شود (معادله ی ۱۹). این ویژگی باعث می‌شود که مسئله آسان شود، اگر چه منجر به ایجاد کنترل کننده زیر بهینه می‌شود.

قانون کنترل در این مسئله، مانند LQR است. همچنین به عنوان یک قانون فیدبک حالت است، که بستگی به راه حل معادله ی ریکاتی وابسته به حالت دارد. این مسئله را می‌توان با نوشتن مجدد سیستم در معادله ی (۱۶) مشاهده کرد که به صورت زیر است.

(۱۷)

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u$$

که در این فرمول، $f(x) = 0$ و $g(x) = B(x)$ است. این ویژگی به عنوان ضریب وابسته به حالت (SDC) شناخته می‌شود. توجه داشته باشید که ماتریس های $A(x)$ و $B(x)$ به عنوان توابع حالت هستند و به صورت ضرایبی در معادله ی ریکاتی قرار می‌گیرند. توجه به این نکته مهم است که شکل SDC منحصر به فرد نیست. وقتی که شکل SDC یافت می‌شود، روش SDRE باعث حل مسئله ی LQR در هر نمونه می‌شود.

تئوری SDRE برای بدست آوردن پاسخ نیمه بهینه و بطور محلی پایدار مجانبی با توجه به روابط (۱۴) و (۱۵) بصورت زیر بیان می‌شود.

در ابتدا معادلات غیر خطی سیستم به فرم ضرایب وابسته به حالت (SDC)، به شکل زیر نوشته می‌شود.

(۱۸)

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u$$

که در این فرمول، $f(x) = A(x)x$ و $g(x) = B(x)$ است. همچنین توجه به این نکته مهم است که، پارامتریزه کردن معادله غیرخطی (۱۴) به فرم SDC، منحصر به فرد نیست و این امر درجات آزادی را برای طراحی بدست می‌دهد که در دیگر روش های طراحی موجود نیست. در مرحله بعد، طبق رابطه ی زیر، به حل معادله ی ریکاتی وابسته به حالت می‌پردازیم.

(۱۹)

$$A^T(x)P(x) + P(x)A(x) - P(x)B(x)R^{-1}(x)B^T(x)P(x) + Q(x) = 0$$

که از رابطه ی فوق $P(x)$ بصورت مثبت نیمه معین ($P(x) \geq 0$) بدست می‌آید. همچنین ماتریس $P(x)$ منحصر به فرد و متقارن نیز می‌باشد.

در پایان کنترل کننده فیدبک غیرخطی بصورت زیر ساخته می شود.

(۲۰)

$$u = -K(x) = -R^{-1}(x)B^T(x)P(x)x$$

شبیه سازی

در این بخش، کنترل کننده معادلات ریگاتی وابسته به حالت، برای کنترل و پایدارسازی بازوی مکانیکی ربات شبیه سازی شده و به بررسی عملکرد آن در مقایسه با کنترل کننده تنظیم خطی مربعی پرداخته می شود. همچنین هدف تنظیم کردن بازوی

مکانیکی ربات در نقطه تعادل عمودی (بالا- پایین) با $\theta_2 = \pi$ و $\theta_1 = \frac{\pi}{2}$ می باشد. در نتیجه با انتخاب متغیرهای

حالت بصورت زیر

$$x_1 = \theta_1 - \frac{\pi}{2}, \quad x_2 = \dot{\theta}_1, \quad x_3 = \theta_2 - \pi, \quad x_4 = \dot{\theta}_2 \quad (21)$$

نقطه تعادل در مختصات جدید به مبدأ انتقال می یابد.

لازم به ذکر است که در این طراحی مقادیر R و Q بصورت زیر در نظر گرفته می شود.

(۲۲)

$$R = 1$$

$$Q = \begin{bmatrix} 1.2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.005 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.005 \end{bmatrix}$$

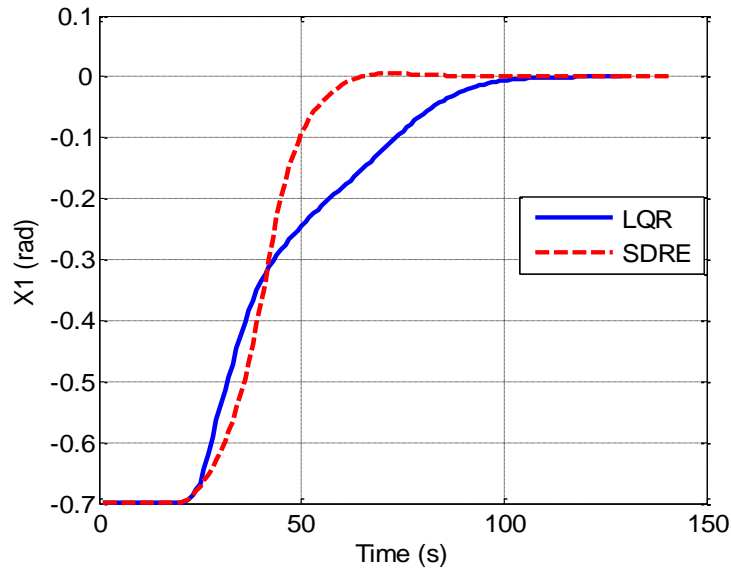
و همچنین در شبیه سازی، از دو شرایط اولیه که بصورت زیر نشان داده شده است استفاده می شود.

(۲۳)

$$x_0 = [-0.7 \quad 0.005 \quad 0.7 \quad 0.005]$$

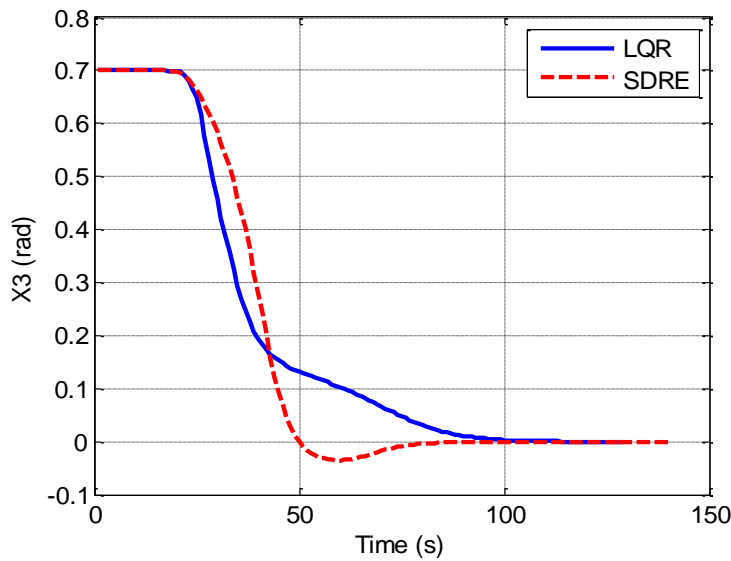
$$x_0 = [-1.07 \quad 0.005 \quad 1.07 \quad 0.005]$$

نمودارهای زوایای بازوهای ربات از شرایط اولیه $x_0 = [-0.7 \quad 0.005 \quad 0.7 \quad 0.005]$ در شکل های ۳ و ۴ و نمودار پاسخ کنترل کننده LQR و SDRE نیز از همین شرایط اولیه در شکل ۵ نشان داده شده است. مشاهده می شود که کنترل کننده SDRE علاوه بر اینکه پاسخ هموارتری نسبت به کنترل کننده LQR دارد، سیگنال کنترلی آن نیز کوچکتر می باشد. همچنین مشاهده می شود که سیستم کنترل شده با کنترل کننده SDRE سریع تر به حالت ماندگار می رسد.



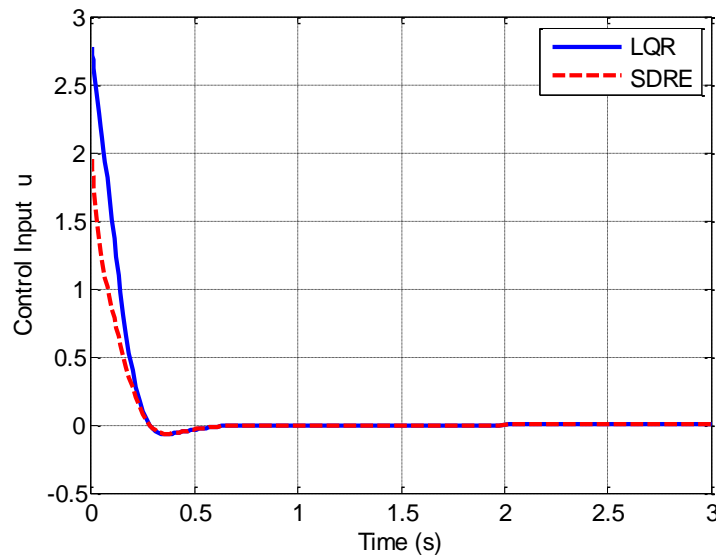
شکل ۳: زوایه ی بازوی اول ربات در کنترل کننده LQR و SDRE ، از شرایط اولیه

$$x_0 = [-0.7 \quad 0.005 \quad 0.7 \quad 0.005]$$



شکل ۴: زوایه ی بازوی دوم ربات در کنترل کننده LQR و SDRE ، از شرایط اولیه

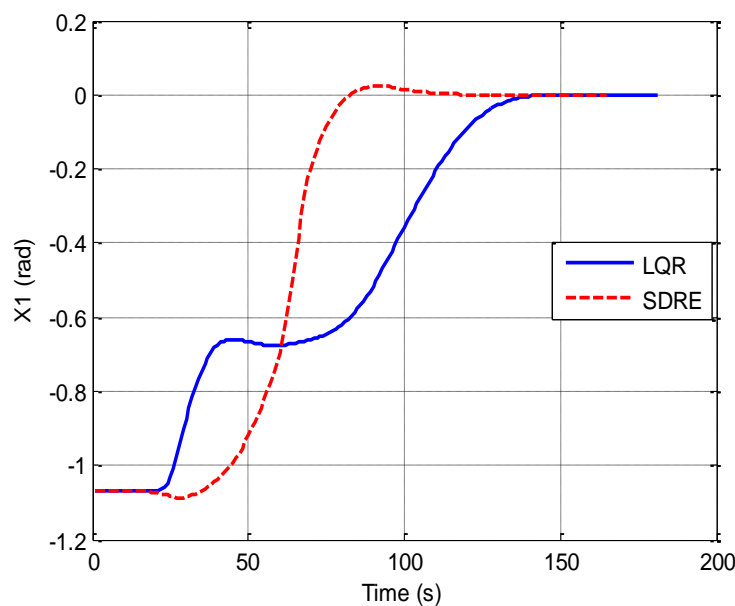
$$x_0 = [-0.7 \quad 0.005 \quad 0.7 \quad 0.005]$$



شکل ۵: پاسخ کنترل کننده LQR و SDRE، از شرایط اولیه $x_0 = [-0.7 \ 0.005 \ 0.7 \ 0.005]$

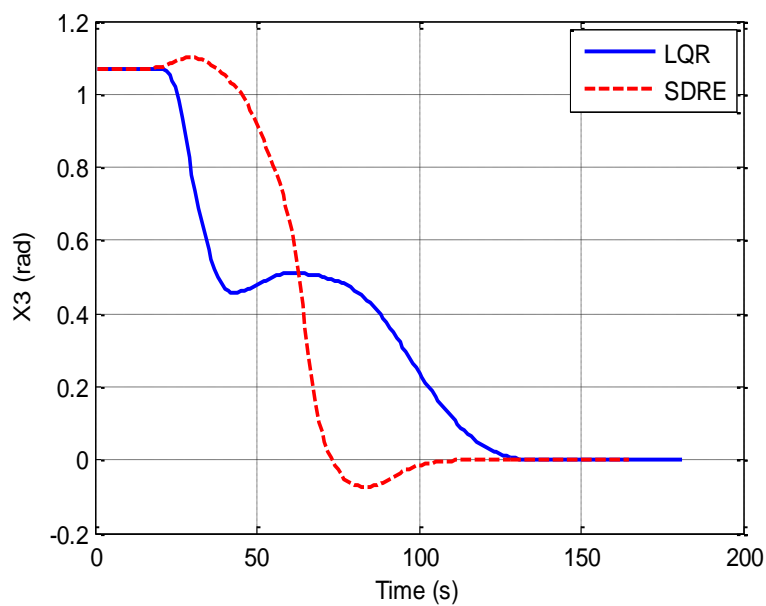
در شکل های ۶ و ۷ نیز نمودار زوایای بازوهای ربات از شرایط اولیه $x_0 = [-1.07 \ 0.005 \ 1.07 \ 0.005]$ رسم شده است. و در شکل ۸، نمودار پاسخ کنترل کننده LQR و SDRE نیز از همین شرایط اولیه نشان داده شده است. مشاهده می شود که با افزایش شرایط اولیه، مدت زمان رسیدن به ناحیه ی پایداری افزایش پیدا می کند. همچنین مشاهده می شود که با افزایش شرایط اولیه، پاسخ ورودی کنترل در روش LQR بزرگتر می شود و همانطور که پیش تر هم گفته شد، این امر باعث افزایش مصرف انرژی می شود. در واقع وجود پاسخ ورودی کنترل کوچک تر در روش SDRE، مزیت این روش را نشان می دهد.

این نتایج نشان می دهد که چگونه استفاده از معادلات فضای حالت غیرخطی به جای معادلات خطی سازی شده می تواند موجب بهبود عملکرد سیستم و افزایش ناحیه پایداری گردد.



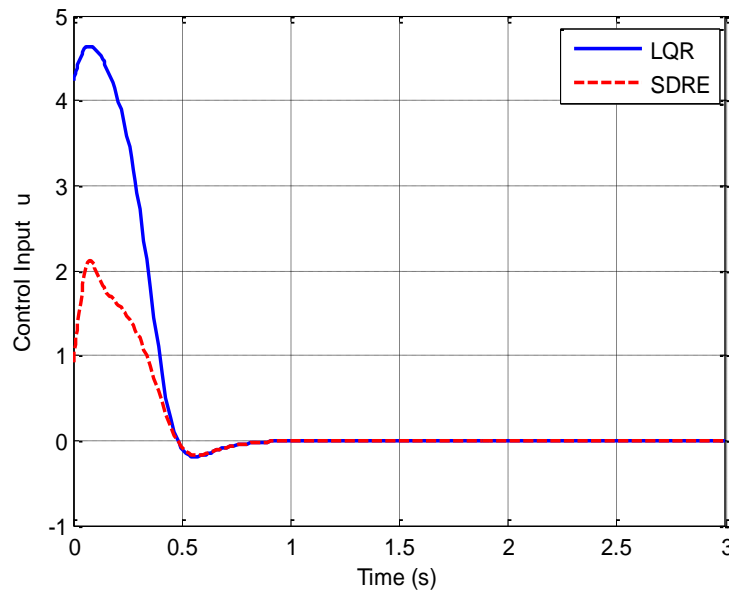
شکل ۶: زوایه ی بازوی اول ربات در کنترل کننده LQR و SDRE ، از شرایط اولیه

$$x_0 = [-1.07 \quad 0.005 \quad 1.07 \quad 0.005]$$



شکل ۷: زوایه ی بازوی دوم ربات در کنترل کننده LQR و SDRE ، از شرایط اولیه

$$x_0 = [-1.07 \quad 0.005 \quad 1.07 \quad 0.005]$$



شکل ۸: پاسخ کنترل کننده LQR و SDRE، از شرایط اولیه $x_0 = [-1.07 \ 0.005 \ 1.07 \ 0.005]$

بحث و نتیجه گیری

در ابتدا به معرفی بازوی مکانیکی ربات و معادلات حاکم بر آن پرداخته شد. پس از معرفی تئوری SDRE و مشخصه های آن، کنترل کننده SDRE و کنترل کننده LQR با انجام شبیه سازی، روی بازوی مکانیکی ربات اعمال شد. در این شبیه سازی ها مشاهده می شود که با استفاده از روش SDRE می توان تنظیم هموارتر و با سیگنال کنترلی کوچکتری نسبت به LQR بدست آورد و علاوه بر این حاشیه پایداری آن نیز بیشتر از کنترل کننده LQR می باشد و همچنین با افزایش شرایط اولیه، مدت زمان رسیدن به ناحیه ی پایداری نیز افزایش پیدا می کند.

منابع

- Scott C, Beeler. (۲۰۰۴) "State-Dependent Riccati Equation Regulation of Systems with State and Control Nonlinearities," Technical Report NASA/CR-۲۰۰۴-۲۱۳۲۴۵, National Institute of Aerospace. Hampton, Virginia, July (۲۰۰۴).
- James R, Cloutier. (۱۹۹۷) "State-Dependent Riccati Equation Techniques: An Overview," in In Proceedings of the ۱۹۹۷ American Control Conference. June (۱۹۹۷). volume ۲.
- James R, Cloutier., Curtis P. Mracek., D. Brett Ridgely and Kelly D, "Hammett. (۱۹۹۸) State-Dependent Riccati Equation Techniques: Theory and Applications," in ۱۹۹۸ American Control Conference Workshop. (۱۹۹۸).
- Menon, P.K., T. Lam, L.S. Crawford and V.H.L. Cheng, "Real-time computational methods for SDRE nonlinear control of missiles," in In: Proc. of the American Control Conference, Anchorage, AK, ۲۰۰۲.
- Pearson, J.D. (۱۹۶۲) "Approximation methods in optimal control," Journal of Electronics and Control, ۱۳, (۱۹۶۲). pp. ۴۵۳-۴۶۹.

- Kelly D, Hammett., Christopher D, Hall. and D, Brett Ridgely. (۱۹۹۸) "Controllability Issues in Nonlinear State-Dependent Riccati Equation Control," Journal of Guidance, Control, and Dynamics, (۱۹۹۸) . p. ۲۱:۷۶۷-۷۷۳,.
- Ervin Bilge Erdem. (۲۰۰۱) "Analysis And Real-Time Implementation Of State-Dependent Riccati Equation Controlled Systems," PhD thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, Mechanical Engineering Department, Urbana, IL, (۲۰۰۱).
- Mracek, C.P. and J.R, Cloutier. (۱۹۹۶) "Missile longitudinal autopilot design using the state-dependent Riccati equation method," in In: Proc. of the International Conference on Nonlinear Problems in Aviation and Aerospace, Daytona Beach, FL, (۱۹۹۶).
- Mracek, C.P. and J.R. Cloutier. (۱۹۹۸) "Control designs for the nonlinear benchmark problem via the state-dependent Riccati equation method," International Journal of Robust and Nonlinear Control, ۸, (۱۹۹۸) pp. ۴۰۱-۴۳۳,.
- Brian D. O, Anderson and John B, Moore. (۱۹۹۰) Optimal control: linear quadratic methods, Prentice-Hall, Inc, (۱۹۹۰).
- Block, D.J. (۱۹۹۱) "Mechanical Design and Control of the Pendubot", M.S. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, (۱۹۹۱).
- B,Rohal'-Ilkiv and M,Salaj and M, Gulan. (۲۰۱۴) "ACHIEVING AN EQUILIBRIUM POSITION OF PENDUBOT VIA SWING-UP AND STABILIZING MODEL PREDICTIVE CONTROL," Journal of ELECTRICAL ENGINEERING, VOL. ۶۵, (۲۰۱۴). p. ۳۵۶-۳۶۳, NO. ۶.